

LA RECHERCHE INTERNATIONALE EN ÉDUCATION STATISTIQUE : ÉTAT DES LIEUX ET QUESTIONS VIVES

Corinne HAHN¹

Title

International research in statistics education: state of the art and main issues

RÉSUMÉ

Cet article a pour objectif de décrire le champ de la recherche en éducation statistique. Je présente tout d'abord les origines de ce champ en centrant mon propos sur le groupe de réflexion international créé dans les années 80 et sur la réforme de l'enseignement de la statistique qui a eu lieu dans les années 90 aux USA. Je dresse ensuite un tableau rapide des travaux de recherche menés dans ce domaine : thèmes, nationalités, profils des chercheurs, lieux de diffusion des travaux, cadres mobilisés. Enfin, j'aborde la question, qui reste vive, de la relation entre probabilités et statistique ainsi que celle du rapport à la réalité.

Mots-clés : recherche, éducation statistique.

ABSTRACT

This article aims to introduce the field of research in statistics education. I start by explaining what the origins of this field are, by introducing the international research group created in the 80s and the reform of statistics education in the 90s in the US. I then draw up a brief inventory of research work in this field: themes, nationalities and researchers' profiles, scientific journals, frameworks and methodologies. I address the question of the relationship between probability and statistics and the question of the relationship to reality.

Keywords: research, statistics education.

1. Introduction

L'éducation statistique s'est constituée en champ de recherche depuis la fin des années 80. Depuis 2002 un journal est explicitement consacré à ce champ, SERJ (Statistics Education Research Journal), publié par l'IASE (International Association for Statistics Education). Ce champ a produit de nombreux travaux qui explorent les savoirs statistiques, les conceptions des élèves et les pratiques des enseignants. De ces travaux émergent des questionnements qui dépassent le cadre de l'enseignement de la statistique : la prise en compte de la dimension extra-scolaire dans les enseignements, l'interdisciplinarité, la place de la technologie et la collaboration entre praticiens et chercheurs.

Compte tenu de la complexité de ce champ de recherche, mon propos sera nécessairement réducteur : il ne s'agit évidemment pas de réaliser une étude exhaustive de la littérature produite, d'autres l'ont fait avant moi et je renvoie le lecteur vers les textes qu'ils

¹ ESCP Europe, hahn@escpeurope.eu

ont produits (voir notamment Batanero, 2004 ; Shaughnessy, 2007). Mon objectif est d'expliquer à des lecteurs francophones de quelle manière ce champ s'est constitué et quel est son contour aujourd'hui. J'ai fait le choix de traduire littéralement le terme anglo-saxon « statistics education ». Comme le fait remarquer Vere-Jones (1995), ce choix n'est pas neutre. Il implique d'adopter une vision anglo-saxonne du domaine, vision qui relègue implicitement les probabilités dans un monde mathématique périphérique. Il ne s'agissait évidemment pas de rejeter les probabilités. J'ai fait ce choix pour deux raisons : tout d'abord afin de limiter le périmètre de mon étude, ensuite afin de me centrer sur la conception anglo-saxonne du domaine de l'enseignement de la statistique, très différente de celle qui domine en France. Selon Brousseau (2005), les conditions socio-culturelles dans les pays anglo-saxons sont plus favorables à l'enseignement de la statistique qu'en France. La culture protestante valoriserait la connaissance statistique au contraire de la culture catholique qui la considérerait avec réticence (Chevallard & Wozniak, 2005).

Cet article se compose de quatre parties. Dans la première je propose quelques repères historiques. Dans la seconde je présente les acteurs du domaine, les chercheurs et les lieux de diffusion des travaux, ainsi que les cadres mobilisés. Je décris dans la troisième partie les principaux thèmes abordés, à partir d'une sélection de revues internationales, en éducation statistique et mathématique. La quatrième et dernière partie aborde deux questions vives, la relation entre probabilités et statistique et le rapport à la réalité. Je conclus cet article en proposant quelques pistes de réflexion et en interrogeant l'apport de la perspective didactique française au domaine de l'éducation statistique.

2. Quelques repères historiques

J'explique ici comment ce champ s'est construit en présentant le groupe de réflexion qui en est à l'origine (§2.1). Ce groupe s'est développé à une époque où, aux USA, l'enseignement de la statistique a été complètement repensé. Ses travaux ont été influencés par cette réforme que je présente au §2.2.

2.1. Les origines : le groupe international de réflexion sur l'apprentissage des probabilités et de la statistique

Il existe une longue tradition de réflexion sur l'enseignement de la statistique au sein de l'ISI (*International Statistical Institute*), réflexion qui a été officialisée lors de la création du comité éducation en 1948 (Vere-Jones, 1995). Néanmoins, il me semble que les origines du champ de la recherche en éducation statistique peuvent être situées en 1982 lorsque des professeurs, majoritairement américains, créent un groupe de réflexion sur les probabilités et la statistique, groupe qui va très vite revendiquer l'étiquette « recherche ». Les membres de ce groupe étaient majoritairement issus de trois domaines disciplinaires : la statistique, les mathématiques et la psychologie. Ils avaient tous été formés à la mathématique et plusieurs d'entre eux avaient une spécialisation en éducation.

Quelques années plus tard, le groupe se baptise *International study group for research on learning probability and statistics*. Il publie un bulletin de liaison qui, à partir de 2000, est diffusé plus largement sous le nom de la newsletter SERN (*Statistical Education Research Newsletter*) avant de devenir, à partir de 2002, le journal en ligne SERJ (*Statistics Education Research Journal*). Ce journal est édité par l'IASE (*International Association for Statistics*

C. Hahn

Education), la section éducation de l'ISI. L'IASE, créée en 1991, s'adresse à toute personne impliquée ou intéressée par l'enseignement de la statistique à tous les niveaux du système de formation et contribue depuis sa création au développement du domaine de l'éducation statistique (concernant le rôle de l'IASE, voir notamment Vere-Jones, 1995 ; Ottaviani & Batanero, 1999). L'*International study group for research on learning probability and statistic* va devenir le groupe de travail « recherche » au sein de l'IASE.

Dans les années 90 le groupe se compose de 70 membres de 20 pays, venant majoritairement des Etats-Unis et du Royaume Uni. Il compte seulement deux représentantes françaises, Marie-Paule Lecoutre tout d'abord, rejointe par Annie Morin.

Ce groupe intègre très vite des didacticiens des mathématiques et contribue à organiser le groupe de travail sur l'éducation statistique à ICME (*International Congress on Mathematics Education*) à partir de ICME7 en 1992 (mais un groupe de travail sur ce thème avait été mis en place dès ICME3). Le développement de la recherche sur l'enseignement de la statistique et des probabilités a conduit à la création d'un groupe de travail spécifique à CERME (*Congress of European Research in Mathematics Education*) à partir de 2003, groupe de travail dans lequel sont impliqués des membres du groupe de recherche de l'IASE. A ICME, il existe deux groupes de travail distincts, l'un sur les probabilités et l'autre sur la statistique.

2.2. La réforme de l'enseignement de la statistique aux USA et ses conséquences sur les travaux de recherche

Le développement du groupe, décrit dans le paragraphe précédent, est lié à la réforme de l'enseignement de la statistique aux USA dans les années 90. A l'époque, dans ce pays, le constat de la difficulté à enseigner la statistique a conduit à repenser radicalement l'enseignement de cette discipline au niveau du supérieur et à introduire des contenus adaptés dans le secondaire. Moore (1997) explique que cette réforme s'est faite selon trois axes : les contenus (moins de formules, plus de données), la pédagogie (passage à une perspective constructiviste) et l'intégration de la technologie.

Pour Moore, les changements dans la manière dont est enseignée la statistique sont liés aux évolutions de l'enseignement des mathématiques : cet enseignement devenant plus « utilitaire », il offrait plus de place à la statistique (Moore, 1997). Truran (2001) rappelle que l'enseignement des probabilités et de la statistique a été introduit dans le monde occidental au cours des années 60 et n'a plus quitté les programmes depuis lors. Mais la perspective est radicalement différente lors de la réforme des années 90 : l'enseignement se centre sur la pensée statistique et une perspective EDA (*Exploratory Data Analysis*) se substitue à une perspective fortement probabiliste. Il est recommandé de travailler en petits groupes sur de « vraies » données et de largement intégrer la technologie (Moore, 1997 ; Sotos *et al.*, 2009). Il faut apprendre aux élèves à extraire de l'information des données, à trouver des relations dans ces données et à aller au-delà des données (Friel, Curcio et Bright, 2001). Cobb et Moore (1997) y intègrent l'échantillonnage puisqu'ils identifient trois dimensions à l'analyse de données : la génération de données, l'analyse exploratoire de données et l'inférence statistique.

Ces nouvelles orientations ont évidemment influencé les travaux menés dans le domaine de l'éducation statistique. Tout d'abord une séparation de plus en plus marquée s'est faite entre probabilités et statistique, avec pour conséquence une certaine « démathisation » de la statistique (Chevallard & Wozniak, 2005). Ensuite beaucoup de travaux ont été menés sur les

concepts de base et sur ce qu'on a appelé la littéracie statistique (Watson & Callingham, 2003). Par ailleurs des outils technologiques spécifiques ont été développés comme Sampling Sam (Delmas, 2001), Fathom (Finzer, 2005), Tinkerplots (Konold & Miller, 2005)...

Après avoir décrit les origines du champ de l'éducation statistique, je vais maintenant m'intéresser à la manière dont ce champ a évolué, tant en ce qui concerne les acteurs que les travaux menés.

3. Acteurs et cadres de référence

Le champ de la recherche en éducation statistique a été développé par un réseau d'acteurs, chercheurs et revues, que je vais présenter au §3.1. Je vais ensuite décrire rapidement l'évolution des cadres dans lesquels s'inscrivent les travaux de recherche qui ont été menés (§3.2).

3.1. Chercheurs et lieux de diffusion

Les chercheurs en éducation statistique ont des profils très variés. Si l'on se réfère au doctorat qu'ils ont obtenu, on constate la grande variété des domaines disciplinaires : statistique (par exemple Wild, Nouvelle Zélande et Gould, USA) ; mathématique, comme Batanero (Espagne) ; éducation (par exemple Watson, Australie et Bakker, Pays Bas) ; psychologie (Konold, USA), éducation mathématique (Shaugnessy, USA ; Ben Zvi, Israël), philosophie (Makar, Australie). La mention sur le diplôme n'est évidemment pas suffisante pour qualifier le chercheur. Tout d'abord parce que la statistique n'est pas positionnée de la même manière dans tous les pays (elle est, ou pas, considérée comme un sous-domaine des mathématiques) mais aussi parce que dans de nombreux pays le jeu des majeures et mineures peut donner des colorations très différentes à un même diplôme.

La diversité des disciplines de rattachement fait que les chercheurs publient dans une grande variété de revues. Seules ont été prises en compte dans cette étude des revues en éducation mathématique ou en éducation statistique qui publient des résultats de recherche en français ou en anglais. J'ai éliminé des revues dédiées à l'enseignement de la statistique mais qui ne publient pas d'articles de recherche comme *Teaching Statistics*. J'ai été également amenée à laisser de côté des revues qui ne publient pas d'articles sur la statistique comme *Recherche en Didactique des Mathématiques* (je n'ai trouvé trace que d'un article en espagnol sur les tests d'hypothèse et de quelques articles sur l'enseignement des probabilités). Au final j'ai considéré trois revues d'éducation statistique qui publient des articles de recherche, uniquement ou occasionnellement : *Statistics Education Research Journal* (SERJ), *Journal of Statistics Education* (JSE) et *Technology Innovation in Statistics Education* (TISE). J'ai également pris en compte quatre revues de recherche en éducation mathématique qui publient des articles sur le thème de l'enseignement de la statistique : *Educational Studies in Mathematics* (ESM), *Mathematical Thinking and Learning* (MTL), *Zeitschrift für Didactics der Mathematics* (ZDM) et *Journal for Research in Mathematics Education* (JRME).

La figure 1 présente le champ de la recherche en éducation statistique tel que je l'ai conceptualisé dans le cadre de cet article.

Ce schéma est centré sur le groupe de recherche sur l'apprentissage des probabilités et de la statistique. Comme je l'ai expliqué au §2.1, j'ai construit mon propos autour des travaux de

C. Hahn

ce groupe car je considère que son rôle dans la constitution de ce domaine de recherche a été décisif.

J'ai ensuite positionné les trois champs disciplinaires dont étaient issus les membres de ce groupe, mathématiques, psychologie et statistique. J'ai également indiqué dans les encadrés rouges les deux éléments de contexte qui, d'après moi, ont été moteurs dans la création de ce groupe (voir §2.2). J'ai complété ce schéma en indiquant les revues scientifiques (losanges verts) ainsi que les congrès (hexagones violets) que j'ai pris en compte.

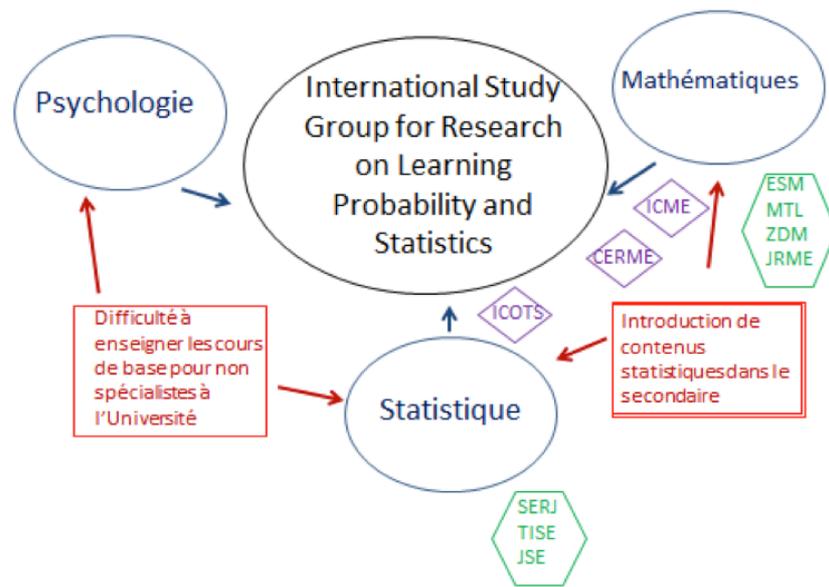


FIGURE1 – Modèle du champ de l'éducation statistique

3.2. Cadres de référence et méthodologies

Becker (1996) observe qu'avant le milieu des années 90 les publications dans le domaine de l'éducation statistique étaient majoritairement des anecdotes et des recommandations basées sur l'expérience personnelle des auteurs. C'est assez compréhensible puisqu'il s'agissait d'un champ en construction. Aujourd'hui encore, les chercheurs ont une conception parfois très différente de ce champ. Ce n'est pas très étonnant, compte tenu de la variété des profils. Cette conception est rarement explicitée.

La conceptualisation que font Beyth-Marom, Fidler et Cummings (2008) de la cognition statistique peut être vue comme une modélisation du champ de l'éducation statistique. Ces auteurs identifient trois dimensions enracinées dans trois disciplines différentes : la dimension descriptive issue de la psychologie, la dimension normative issue de la statistique et la dimension prescriptive issue de l'éducation. Ils notent qu'il n'y a que peu d'interactions entre ces trois dimensions. Leur modèle est résumé en figure 2.

On notera l'absence de référence directe aux mathématiques et aux didacticiens des mathématiques qui ont contribué à ouvrir de nouvelles perspectives de recherche dans le domaine de l'éducation statistique (Batanero, 2004).

La recherche internationale en éducation statistique : état des lieux et questions vives

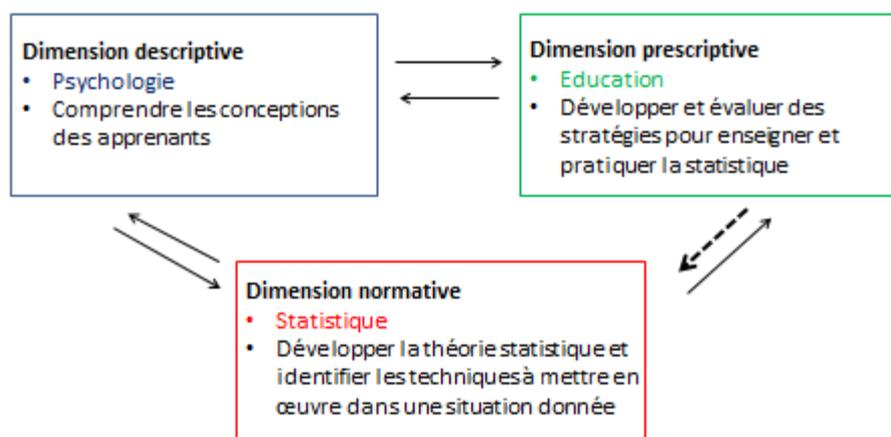


Figure 2 – *Modèle du champ de l'éducation statistique d'après Beyth-Marom, Fidler et Cummings (2008)*

Il semble que les méthodologies mises en œuvre dans les travaux en éducation statistique aient évolué de manière similaire à celles employées en éducation mathématique : les études qualitatives sont de plus en plus nombreuses (Petocz & Newbery, 2010). Néanmoins de nombreuses études quantitatives sont encore publiées, principalement dans JSE. Cette différence s'explique tout d'abord par la formation des chercheurs, statisticiens et souvent psychologues. Il s'explique aussi par leur nationalité. En effet les auteurs sont toujours majoritairement anglo-saxons. Ainsi, deux tiers des premiers auteurs des articles qui ont été publiés dans SERJ entre 2002 et 2014 sont américains.

Il existe également quelques cas d'intéressantes études longitudinales, analysant l'évolution des conceptions des étudiants dans le temps (Zieffler & Garfield, 2009), parfois en les suivant sur plusieurs années (Watson & Moritz, 2000).

Les terrains ont également évolué, passant de l'exploration des conceptions des élèves du supérieur à celles d'étudiants du secondaire et primaire et, de plus en plus, à celles des professeurs. Cette évolution est sans doute liée au profil des chercheurs : majoritairement enseignants de statistique dans le supérieur, ils sont maintenant nombreux à être des didacticiens impliqués dans la formation des maîtres. Cette évolution va de pair avec la montée en puissance des enseignements de statistique dans le secondaire voire dans le primaire et la nécessité de proposer des modules de formation spécifiques destinés aux professeurs qui enseignent à ce niveau.

Compte tenu du grand nombre de travaux de recherche qui ont été publiés, il est maintenant possible pour les chercheurs en éducation statistique de construire leur cadre à partir de cette littérature, bien qu'ils puissent rencontrer des difficultés liées à la diversité des lieux de publication. Les théories qui leur permettent d'éclairer les problématiques rencontrées, sont, le plus souvent, des théories opérationnelles (voir Di Sessa & Cobb, 2004) comme la méthode SOLO de Biggs et Collis (1982), très influente il y a quelques années (voir par exemple Jones *et al.*, 2000). Peu d'auteurs s'inscrivent explicitement dans des « grandes théories », ce qui peut être à l'origine d'un certain manque de recul par rapport aux théories opérationnelles sur lesquelles repose leur travail de recherche. De nombreux chercheurs étant issus du champ de la psychologie, le paradigme cognitif est dominant mais d'autres chercheurs, de plus en plus nombreux, remettent en question l'approche purement cognitive et s'inscrivent dans le paradigme socio-culturel (Hoyle & Noss, 2002).

4. Thèmes

Les travaux qui ont été menés au cours des vingt dernières années par les chercheurs en éducation statistique ont exploré différents thèmes qui se sont succédés dans un ordre assez logique. Ces recherches visent à mettre en évidence les conceptions fausses des élèves et à tester des remédiations. Un article fondateur de Batanero *et al.*, publié en 1994, recense les principales difficultés, identifiées à cette époque, concernant les concepts statistiques de base. Dans cet article, ils listent la plupart des thèmes qui seront, dans les années qui suivent, développés par les chercheurs en éducation statistique, chercheurs dont je vais maintenant présenter une sélection de travaux.

Parmi les premiers travaux, nombreux sont ceux qui portent sur la compréhension de la notion de moyenne. Konold & Pollatsek (2003), par exemple, identifient quatre conceptions de la moyenne : un signal dans du bruit, le partage équitable, une valeur typique et une réduction. Ils expliquent que l'une ou l'autre de ces visions est privilégiée en fonction du but visé mais qu'il faut impérativement construire la première pour pouvoir passer à l'inférence.

La notion de variation, fondamentale en statistique, a ensuite retenu l'attention des chercheurs (voir notamment SERJ, Vol. 3, n° 2, 2004 et SERJ, Vol. 4, n° 1, 2005). Si la moyenne est vue comme un signal dans du bruit, alors la variation est assimilée à du bruit. Néanmoins, il ne s'agit que d'une des deux perspectives complémentaires concernant cette notion (Hammerman & Rubin, 2004). En effet, en statistique descriptive la variation est de l'information, du « carburant » pour l'imagination statistique (Wild & Pfannkuch, 1999). Les chercheurs se sont intéressés à la variation au sein d'un groupe mais aussi à la comparaison entre deux groupes, dont il a été souligné l'intérêt pour introduire la statistique inférentielle (Watson & Moritz, 2000). En effet, s'inscrire dans une perspective inférentielle impose de conceptualiser à la fois la variation entre les groupes, celle à l'intérieur des groupes et la relation qui existe entre ces deux variations (Cobb, 2000 ; Makar & Confrey, 2005 ; Garfield & Ben Zvi, 2005 ; Reid & Reading, 2008).

Associée à cette notion de variation, celle de distribution (voir notamment SERJ, Vol. 5, n° 2, 2006) rend nécessaire la combinaison de plusieurs concepts (Gravemeijer, 2002). Il faut dépasser une perspective purement calculatoire (Makar & Confrey, 2005) et adopter une perspective globale (Bakker, 2002). Le passage du local au global, c'est-à-dire du groupe vu comme une collection d'individus identifiés au groupe vu comme un ensemble doté de propriétés spécifiques, est identifié comme une composante de l'expertise en statistique (Ben Zvi & Arcavi, 2001).

Bien évidemment des chercheurs ont questionné le rôle des graphiques en tant que support du raisonnement. Certains ont analysé la compréhension des histogrammes (Meletiou & Lee, 2002 ; Kaplan, 2014) et étudié leur effet sur l'accès à l'inférence (DelMas *et al.*, 2005). D'autres ont comparé différents types de graphiques : graphiques en barre et en points (Bakker, 2002), histogrammes et boxplots (Watson, 2010 ; Lem *et al.*, 2013).

L'importance des graphiques a également été étudiée dans le cas de la covariation (Cobb *et al.*, 2003 ; Gravemeijer, 2000). Ces recherches portent sur la covariation entre deux variables quantitatives mais plus récemment, Garcia-Mila *et al.* (2015) ont exploré le lien entre tableau et représentation graphique.

La relation d'association a été largement étudiée en psychologie depuis les travaux fondateurs d'Inhelder et Piaget (1955). En effet, l'étude des tableaux 2x2 permet

d'appréhender la notion de risque (effet ou non, sur un groupe test versus un groupe témoin), fondamentale dans de nombreux domaines (Watson & Callingham, 2014). Des recherches ont montré l'influence des conceptions préalables ainsi que la persistance de certaines conceptions fausses (Zieffler & Garfield, 1982). En statistique, Batanero *et al.* (1996) ont exploré les conceptions d'étudiants confrontés à des tables de contingence, en élargissant à des tableaux de dimensions 2x3 et 3x3. Ils ont confirmé la prégnance d'une conception unidirectionnelle et la difficulté qu'éprouvent les élèves à appréhender une relation inverse ainsi que l'influence des conceptions intuitives liées au contexte. Ils ont également mis en évidence d'autres conceptions fausses : la conception « localiste » (prise en compte d'une valeur unique, souvent la valeur la plus grande dans le tableau) et déterministe (incapacité à considérer des valeurs qui ne correspondent pas à la relation envisagée). D'autres recherches portent sur la compréhension du coefficient de corrélation linéaire : Castro Sotos *et al.* (2009) ont montré la prégnance de la conception transitive du coefficient de Pearson (si X est corrélé linéairement à Y et Y corrélé linéairement à Z , alors X est corrélé linéairement à Z), ce qui les a conduits à recommander de privilégier la notion de proportion de variance expliquée.

Depuis quelques années les recherches des didacticiens de la statistique se centrent sur l'inférence. Le constat que l'inférence formelle n'est pas d'accès facile et qu'il est impossible de l'introduire à tous les niveaux les a conduits à définir l'IIR, le « raisonnement statistique informel » (voir notamment SERJ, Vol. 7, n° 2, 2008 et MTL, Vol. 13, n° 1-2, 2011). Selon Makar et Rubin (2009), il faut, pour qu'il y ait IIR, que le sujet généralise au-delà des données, qu'il utilise ces données comme preuve et emploie un langage probabiliste. Zieffler *et al.* définissent l'IIR comme « *the way in which students use their informal statistical knowledge to make arguments to support inferences about unknown populations based on observed samples* » (Zieffler *et al.*, 2008, p. 44). A l'origine les travaux sur l'IIR portaient principalement sur le primaire mais la majorité des recherches portent maintenant sur le secondaire avec une montée en puissance des recherches dans le supérieur. A ce niveau l'objectif est de faciliter le passage à l'inférence formelle (Langrall *et al.*, 2011). Les recherches portent sur une grande variété de concepts, y compris certains concepts plus avancés comme l'analyse de la variance (Tumtowner, 2013).

Jusqu'à très récemment les recherches sur l'inférence formelle concernaient très majoritairement l'enseignement supérieur. Elles portaient sur la compréhension de la notion de test d'hypothèse (Vallecillos, 1995 ; Sotos *et al.*, 2009 ; Zendrera, 2010), sur la comparaison de la notion de test et de celle d'intervalle de confiance (Batanero, 2000 ; Coulson *et al.*, 2010 ; Zaki & el M'Hamed, 2013), sur les conceptions relatives à la notion de p-valeur (Lane-Gattaz, 2013 ; Reaburn, 2014). Alacaci (2004) a mené une intéressante recherche dans laquelle il compare les pratiques de novices et d'experts face à des situations qui pouvaient être traitées par différents tests d'hypothèses.

Les notions d'échantillon et de distribution d'échantillonnage sont explorées à la fois en inférence formelle (par exemple, avec des élèves du secondaire, Saldanha & Thompson, 2014) et en inférence informelle (par exemple, avec des élèves du primaire, Meletiou-Mavrotheris & Paparistodemou, 2015).

J'ai choisi de structurer cette partie selon les concepts statistiques étudiés mais l'évolution des contenus est liée aux progrès de la technologie et à son utilisation qui se généralise dans les classes. L'apport de la technologie est un questionnement qui traverse l'ensemble du champ de la recherche en éducation statistique (Rubin, 2007). De nombreux travaux ont étudié l'effet des outils spécifiques (cités au §2.2), permettant de traiter et

C. Hahn

visualiser les données de manière accessible. Certains chercheurs ont construit des outils visant à faciliter l'accès à une notion spécifique réputée difficile. Par exemple Lane-Gattaz a construit un outil, RPASS (*Reasoning about P-values and Statistical Significance*), centré sur la notion de p-valeur et de significativité. La revue *Technology Innovation in Statistics Education* (TISE), créée en 2007, est spécifiquement consacrée à l'apport de la technologie à l'enseignement/apprentissage de la statistique. Lors de la création de cette revue, trois thèmes avaient été identifiés : la conception d'outils technologiques en vue d'améliorer l'enseignement de la statistique, l'utilisation de la technologie afin de faciliter la compréhension, l'enseignement de l'utilisation de la technologie pour favoriser l'accès aux données et leur compréhension. Aujourd'hui les éditeurs expliquent qu'ils recherchent des articles qui permettent de mieux comprendre comment enseigner la statistique avec la technologie et comment enseigner la technologie à de futurs *data scientists*. C'est un domaine de recherche évidemment très important. Le recours à des logiciels génériques, notamment dans l'enseignement supérieur, présente des risques. Il faut en effet prendre garde aux effets « Jourdain » générés par l'usage de ces logiciels sans réelle compréhension de notions sous-jacentes (Brousseau, 2005).

Un autre questionnement transversal est celui de l'évaluation des connaissances statistiques, particulièrement exploré par des chercheurs qui se situent dans le paradigme cognitif comme l'équipe de l'université du Minnesota autour de Joan Garfield (voir Garfield & Chance, 2000). Ils ont construit des banques de questions très intéressantes qui permettent de mesurer la performance des élèves. La question de la compétence est beaucoup plus complexe et plus difficile à appréhender. En effet, elle s'évalue en situation, c'est-à-dire lorsque l'individu fait face à des situations statistiques dans un cadre extra-scolaire. Ce n'est évidemment pas simple, comme l'ont montré des recherches menées dans différents milieux professionnels (voir par exemple Noss, Hoyles & Pozzi, 2000 ; Bakker *et al.*, 2008 ; Hahn, 2014).

5. Questions vives et pistes de réflexion

Parmi les nombreuses questions que pose l'enseignement de la statistique, j'en ai choisi deux qui me semblent particulièrement vives et que je vais développer maintenant.

5.1. La question de la relation entre probabilités et statistique

Cette question traverse ces trois décennies de travaux dans le champ de la recherche en éducation statistique. Elle est directement liée au positionnement de la statistique par rapport aux mathématiques, sujet qui a fait l'objet d'une abondante littérature (voir par exemple Fine, 2012 ; Ainley & Pratt, 2001). Dans les années 90 aux USA, les réformateurs de l'enseignement de la statistique pensaient que les difficultés des élèves étaient dues à un enseignement trop formel. Ils recommandaient de se limiter à l'enseignement des seules notions de probabilité indispensables. « *In the ideal platonic world of mathematics, we can start with a platonic chicken and use deductive logic to lay a statistic egg, but in the messier world of empirical science, we must start with the egg as observed data and construct a prior probabilistic chicken as an inference* » (Cobb & Moore, 1997, p. 820). Cette recommandation a entraîné une forte réduction, voire la quasi disparition de l'enseignement du calcul de probabilités dans les enseignements de statistique pour non spécialistes. Aujourd'hui les effets pervers de ce choix ont été identifiés et des chercheurs expliquent qu'il est indispensable de

remettre en relation les données et l'aléatoire (Konold & Kazak, 2008), notamment via l'IIR. C'est une question très complexe car il faut naviguer entre deux écueils : occulter la dimension mathématique ou considérer le contexte comme accessoire et occulter la signification sociale (Chevallard & Wozniak, 2005). Le passage d'un extrême à l'autre est fréquent dans l'enseignement ; il s'agit d'un phénomène que Fiol (2003) appelle la logique du curseur. Le recours à une logique d'extenseur permettrait au contraire de prendre en compte deux composantes vues comme antagonistes. En statistique, il faudrait pour cela intégrer l'épistémologie complexe d'une discipline qui comprend à la fois des objets mathématiques et des objets non mathématiques. Or, cette nécessaire intégration va à l'encontre du mouvement de purification épistémologique des disciplines via l'éviction de contenus ambigus qui sont éventuellement accueillis sous la forme « d'univers d'opérette » (Chevallard & Wozniak, 2005).

5.2. La question du rapport à la réalité

Cette question du rapport à la réalité a été largement explorée en didactique des mathématiques (voir par exemple Boaler, 1994 ; Adda, 1976 ; Hahn, 1999). Elle est plus prégnante encore en statistique en particulier en raison du changement de perspective observé ces dernières années. En effet, l'approche donnée accorde une très grande importance au contexte : les données sont définies comme des « nombres en contexte » (Cobb & Moore, 1997). Le contexte est donc une caractéristique de la discipline et c'est ce qui la différencie de la mathématique (Cobb & Moore, 1997), mathématique qui est souvent définie comme le langage essentiel de la statistique (Watson & Nathan, 2010).

Le contexte est donc incontournable. Dans un enseignement de statistique, il faut tenir compte des pratiques statistiques de référence mais aussi veiller à ce que la statistique ne soit pas cannibalisée par la discipline hôte.

Des travaux explorent le rôle du contexte dans l'apprentissage de la statistique (voir ESM, Vol. 45, n° 1, 2001 ; MT, Vol. 13, n° 1-2, 2011). Si les auteurs recommandent l'utilisation de données « réelles », ils identifient que cette utilisation peut poser problème, notamment en raison de la difficulté éprouvée par les élèves à s'extraire du contexte (Hahn, 2014 ; Makar & Confrey, 2002) et du poids de leurs croyances personnelles (Wroughton *et al.*, 2013).

« *Reality is not just one thing: it is as many things as there are people* » a écrit Freudentahl (1991, p. 67). Des chercheurs comme Bakker ou Gravemeijer, dont les travaux s'inscrivent dans le cadre de la *Realistic Mathematics Education* (RME) de Freudenthal, se sont intéressés à la statistique. Gravemeijer recommande de ne pas se limiter à faire de la « modélisation-traduction », c'est-à-dire la « traduction » statistique d'un problème réel, mais de mettre en œuvre dans la classe de la « modélisation-organisation » qui a pour objectif la reconstruction de la discipline à partir de l'activité de modélisation (Gravemeijer, 2002). Ces deux types de modélisation, ancrées dans des paradigmes différents, sont mises en œuvre par les chercheurs en éducation statistique dans les activités qu'ils proposent aux élèves, activités dont l'analyse sert de fondement à leurs travaux. Ainsi certains font résoudre des problèmes construits autour d'une difficulté identifiée (par exemple inférer à la population des résultats obtenus sur un échantillon), d'autres initient un questionnement sur le monde, font générer puis analyser des données.

6. Conclusion

Dans cet article, j'ai proposé une présentation succincte du champ de la recherche en éducation statistique. Il s'agit d'un domaine qui s'identifie en tant que tel depuis un quart de siècle maintenant, développé par des chercheurs issus de disciplines différentes. Cette diversité des origines des chercheurs va de pair avec une dispersion des publications. Cette caractéristique, liée à l'épistémologique complexe de la discipline, nuit sans doute à la reconnaissance de ce champ de recherche et à son positionnement universitaire.

Néanmoins, cette diversité est également une force car elle peut permettre d'enclencher des stratégies codisciplinaires (Chevallard & Wozniak, 2005), de coordonner et d'élargir les perspectives.

En France il existe peu de travaux de recherche qui relèvent du domaine de l'éducation statistique. Il ne semble pas que les travaux de Brousseau et de Chevallard que j'ai cités dans cet article aient fait l'objet de développements par d'autres chercheurs. Pourtant, le cadre de la didactique française permettrait de considérer des aspects rarement pris en compte par les chercheurs anglo-saxons et ouvre la voie à des questionnements qui pourraient être fructueux. En particulier il serait intéressant de croiser les travaux sur l'IIR avec ceux de Brousseau sur l'application de la TSD (théorie des situations didactiques) à la statistique. Une situation fondamentale est-elle nécessairement centrée sur la dimension probabilité de la statistique ? Peut-on concevoir une situation fondamentale qui fasse du contexte une dimension nécessaire ?

Afin de favoriser le développement des travaux de recherche qui fassent le lien entre les recherches de didacticiens, de psychologues et les travaux de statisticiens qui s'intéressent à l'enseignement de leur discipline, il est nécessaire d'organiser des espaces de rencontre entre praticiens et chercheurs de différentes origines. Ces « espaces frontières » permettent la confrontation des points de vue, des cadres et des expériences et favorise la collaboration.

Le groupe enseignement de la Société Française de Statistique est un de ces lieux. Il doit contribuer au développement d'une communauté francophone aujourd'hui encore trop peu présente sur le terrain de la recherche en éducation statistique.

Références

- [1] Adda, J. (1976). Difficultés liées à la présentation des questions mathématiques, *Educational Studies in Mathematics*, 7, 3-22.
- [2] Ainley, J., & Pratt, D. (2001). Introducing a special issue on constructing meaning from data, *Educational Studies in Mathematics*, 45, 1-8.
- [3] Alacaci, C. (2004). Inferential statistics: Understanding expert knowledge and its implication for statistics education, *Journal for Statistics Education*, 12(2).
- [4] Bakker, A., & Gravemeijer K. (2004). Learning to reason about distribution. In Ben Zvi & Garfield (eds), *The challenge of developing statistical literacy, reasoning and thinking* (pp147-168). Kluwer Academic Publishers: Dordrecht, The Netherlands.
- [5] Bakker, A. (2004). Reasoning about shape as a pattern in variability. *Statistics Education Research Journal*, 3(2), 64-83.

- [6] Bakker, A., Kent, P., Derry, J., Noss, R., & Hoyles, C. (2008). Statistical inference at work: Statistical process control as an example, *Statistics Education Research Journal*, 7(2), 130-145.
- [7] Batanero, C., Godino, J., Vallecillos, A., Green, D., & Holmes, P. (1994). Errors and difficulties in understanding elementary statistical concepts, *International Journal of Mathematics Education, Science and Technology*, 25(4), 527-547.
- [8] Batanero, C., Estepa, A., Godino, J., & Green, D. (1996). Intuitive strategies and preconceptions about association in contingency tables, *Journal for Research in Mathematics Education*, 27(2), 151-169.
- [9] Batanero, C. (2000). Controversies around the role of statistical tests in experimental research. *Mathematical Thinking and Learning*, 2(1-2), 75-98.
- [10] Batanero, C. (2004). Statistics Education as a field for research and practice, *regular lecture, ICME10, Copenhagen*.
- [11] Becker, B. (1996). A look at the literature (and other resources) on teaching statistics, *Journal of Educational and Behavioral Statistics*, 21(1), 71-90.
- [12] Ben Zvi, D., & Arcavi, A. (2001). Junior high school students' construction of global views of data and data representations, *Educational Studies in Mathematics*, 45, 35-65.
- [13] Beyth-Marom, R. (1982). Perception of correlation reexamined. *Memory and cognition*, 10, 511-519.
- [14] Beyth-Marom, R., Fidler, F., & Cummings, G. (2008). Statistical cognition: toward evidence-based practice in statistics and statistics education, *Statistics Education Research Journal*, 7(2), 20-39.
- [15] Biggs, J., & Collis, K. (1982). Evaluating the quality of learning: The SOLO taxonomy (Structure of the Observed Learning Outcome). New York: Academic.
- [16] Boaler, J. (1994). The Role of Contexts in the Mathematics Classroom : Do they Make Mathematics More "Real" ?, *For the Learning of Mathematics*, 13(2), 12-17.
- [17] Brousseau, G. (2005). Situations fondamentales et processus génétiques de la statistique, in Mercier, A. & Margolinas, C. (Eds), *Balises pour la didactique des mathématiques*, La Pensée sauvage, Grenoble, 165-194.
- [18] Castro Sotos, A., Vanhoof, S., Van den Noortgate, W., & Onghena, P. (2009). How confident are students in their misconceptions about hypothesis tests?, *Journal for Statistics Education*, 17(2).
- [19] Chevallard, Y., & Wozniak, F. (2005). Enseigner la statistique au secondaire. Entre genre prochain et différence spécifique, in Mercier, A. & Margolinas, C. (Eds), *Balises pour la didactique des mathématiques*, La Pensée sauvage, Grenoble, 195-218.
- [20] Cobb, G., & Moore, D. (1997). Mathematics, statistics and teaching, *American Mathematical Monthly*, 104(9), 801-823.
- [21] Coulson, M., Healey, M., Fidler, F., & Cummings, G. (2010). Confidence intervals permit, but do not guarantee, better inference than statistical significance testing, *Frontiers in psychology*, 1, juillet 2010.

C. Hahn

- [22] Di Sessa A., & Cobb, P. (2004). Ontological innovation and the role of theory in design experiments, *The Journal of the Learning Sciences*, **13**(1), 77-103.
- [23] Fine, J. (2012). Statistique, informatique, mathématiques et interdisciplinarité, *Statistique et Enseignement*, **3**(2), 33-59.
- [24] Fiol, M. (2003). Les contradictions inhérentes au management - de la logique du curseur à celle de l'extenseur, in *Peut-on former les dirigeants ? L'apport de la recherche*, B. Moingeon (Ed.), Paris : L'Harmattan.
- [25] Freudenthal, H. (1991), *Revisiting Mathematics Education*, D. Reidel Publ. Co.
- [26] Friel, S., Curcio, F., & Bright, G. (2001). Making sense of graphs: Critical factors influencing comprehension and instructional instructions, *Journal for Research in Mathematics Education*, **37**(2), 124-158.
- [27] Garcia-Mila, M., Marti, E., Gilabert, S., & Catells, M. (2015). Fifth through Eight grade students' difficulties in constructing bar graphs: data organisation, data aggregation, and integration of a second variable, *Mathematical Thinking and Learning*, **16**(3), 201-233.
- [28] Garfield, J. & Ben Zvi, D. (2005). A framework for teaching and assessing reasoning about variability. *Statistics Education Research Journal*, **4**(1), 92-99.
- [29] Garfield, J. & Chance, B. (2000). Assessment in statistics education: Issues and challenges, *Mathematical Thinking and Learning*, **2**(1-2), 99-125.
- [30] Gould, R. (2010). Statistics and the modern student. *International Statistical Review*, **78**(2), 297-315.
- [31] Gravemeijer, K. (2002). Emergent models as the basis for an instructional sequence on data analysis *ICOTS6 Proceedings*, Capetown.
- [32] Hammerman J., Rubin A. (2004). Strategies for managing statistical complexity with new software tools, *Statistics Education Research Journal*, **3**(2), 17-41.
- [33] Hahn, C. (1999). Proportionnalité et pourcentage chez des apprentis vendeurs. Réflexion sur la relation mathématiques et réalité dans une formation en alternance. *Educational Studies in Mathematics*, **39**, 229-249.
- [34] Hahn, C. (2014). Linking academic knowledge and professional experience in using statistics: A design experiment for business school students, *Educational Studies in Mathematics*, **86**(2), 239-251.
- [35] Hoyles, C., & Noss, R., (2002). Problematising statistical meanings: A sociocultural perspective, *ICOTS6 Proceedings*, Capetown.
- [36] Inhelder, B., & Piaget J. (1955). *De la logique de l'enfant à la logique de l'adolescent*. Paris : Presses universitaires de France.
- [37] Jones G., Thornton, C., Langrall, C., Mooney, E., Perry, B., & Putt, I. (2000). A framework for characterizing children's statistical thinking, *Mathematical Thinking and Learning*, **2**(4), 269-307.
- [38] Kaplan, J., Gabrosek, J., Curtiss, P., & Malone, C. (2014). Investigating student understanding of histograms, *Journal of Statistics Education*, **22**(2).
- [39] Konold, C., & Pollatsek, A. (2002). Data analysis as the search for signal in noisy process. *Journal for Research in Mathematics Education*, **33**, 259-289.

- [40] Konold, C., & Kazak, S. (2008). Reconnecting data and chance, *Technology Innovation in Statistics Education*, 2(1).
- [41] Lane-Gattaz, S. (2013). Development of reliable measure of students' inferential reasoning ability, *Statistics Education Research Journal*, 12(1), 20-47.
- [42] Langrall, C., Nisbet, S., Mooney, E., & Janser, S. (2011). The role of context expertise when comparing data, *Mathematical Thinking and Learning*, 13(1), 43-67.
- [43] Lem, S., Onghena, P., Verschaffel, L. & Van Dooren, W. (2013). External representations for data distributions: In search of cognitive fit, *Statistics Education Research Journal*, 12(1), 4-19.
- [44] Makar, K., & Confrey, J. (2005). "Variation-talk": Articulating meanings in statistics. *Statistics Education Research Journal*, 4(1), 27-54.
- [45] Makar, K., & Rubin, A. (2009). A framework for thinking about informal statistical inference, *Statistics Education Research Journal*, 8(1), 82-105.
- [46] Meletiou-Mavrotheris, M., Lee, C. (2002). Teaching students the stochastic nature of statistical concepts in an introductory statistic course, *Statistics Education Research Journal*, 1(2), 22-37.
- [47] Meletiou-Mavrotheris, M. & Paparistodemou, E. (2015). Developing students' reasoning about samples and sampling in the context of informal inferences, *Educational Studies in Mathematics*, 88(3), 385-404.
- [48] Moore, D. (1997). New pedagogy and new content: The case of statistics, *International Statistical Review*, 65(2), 123-165.
- [49] Noss, R., Hoyles, C., & Pozzi, S. (2000). Working knowledge: mathematics in use, in *Education for Mathematics in the Workplace*, Annie Bessot and Jim Ridgeway, 17-36. Kluwer Academic Publishers: Dordrecht, The Netherlands.
- [50] Ottaviani, M.G., & Batanero, C. (1999). The role of IASE in developing statistics education, ICCS VI proceedings, 11, 171-186, Lahore, Pakistan.
- [51] Petocz, A., & Newbery, G. (2010). On conceptual analysis as the primary qualitative approach to statistics education research in psychology, *Statistics Education Research Journal*, 9(2), 123-145.
- [52] Pfannkuch, M. (2005). Thinking tools and variation, *Statistics Education Research Journal*, 4(1), 83-91.
- [53] Reaburn, R. (2014). Introductory statistics course tertiary students' understanding of p-values, *Statistics Education Research Journal* 13(1), 53-65.
- [54] Reid, J., & Reading C. (2008). Measuring the development of students' consideration of variation, *Statistics Education Research Journal*, 7(1), 40-59.
- [55] Saldanha L., & Thompson P. (2003). Conceptions of sample and their relationship to statistical inference. *Educational Studies in Mathematics*, 51, 257-270.
- [56] Shaughnessy, J. (2007). Research on statistics learning and reasoning. In F. K. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning*, 957-1009. Charlotte, NC: Information Age Publishing.

C. Hahn

- [57] Sotos A., Vanhoof S. Van den Noortgate W., & Onghena P. (2009). How confident are students in their misconceptions about hypothesis tests? *Journal of Statistics Education*, **17**(2).
- [58] Trumptower, D. (2013). Formative use of intuitive analysis of variance, *Mathematical Thinking and Learning*, **15**(4), 291-313.
- [59] Truran, J. (2001) Postscript: researching stochastic understanding-the place of a developing research field in PME, *Educational Studies in Mathematics*, **45**, 9-13.
- [60] Vallecillos, A. (1999). Some empirical evidences on learning difficulties about testing hypotheses, *ISI, 52nd session, Finlande*.
- [61] Vere-Jones, D. (1995). The coming age of statistical education, *International Statistical Review*, **63**(1), 3-23.
- [62] Watson, J., & Callingham, R. (2003). Statistical literacy: a complex hierarchical construct, *Statistics Education Research Journal*, **2**(2), 3-46.
- [63] Watson, J., & Callingham, R. (2014). Two-way tables: Issues at the heart of statistics and probability for students and teachers, *Mathematical Thinking and Learning*, **16**(4), 254-284.
- [64] Watson, J., & Moritz J. (2000). The longitudinal development of understanding of average, *Mathematical Thinking and Learning*, **2**(1-2), 11-50.
- [65] Watson, J., & Nathan, E. (2010). Approaching the borderlands of statistics and mathematics in the classroom: qualitative analysis engendering an unexpected journey, *Statistics Education Research Journal*, **9**(2), 68-87.
- [66] Wild, C. (2006). The concept of distribution, *Statistics Education Research Journal*, **5**(2), 10-24.
- [67] Wild, C., Pfannkuch, M. (1999). Statistical thinking in empirical enquiry. *International Statistical Review*, **67**(3), 223-265.
- [68] Zaki, M., & El M'hamedi Z. (2013). Aspects de quelques critiques non fondées de la théorie des tests statistiques, *Annales de didactique et de sciences cognitives*, **18**, 139-171.
- [69] Zendera, N. (2010). Difficultés suscitées par les tests inductifs paramétriques chez les étudiants de sciences humaines, *42^{èmes} journées de statistique, Marseille*.
- [70] Zieffler, A., Garfield J., Delmas, R., Reading, C. (2008). A framework to support research on informal inferential reasoning, *Statistics Education Research Journal*, **7**(2), 40-58.
- [71] Zieffler, A., & Garfield J. (2009). Modelling the growth of students' covariational reasoning during an introductory statistics course, *Statistics Education Research Journal*, **8**(1), 7-31.